Activité 1 — Des points, des x et des y

Partie A. *Points sous conditions*

Dans un repère, on considère les points $A(-1\,;\ 1)$, $B(5\,;\ 3)$ et $C(-5\,;\ -1)$.

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

2. Déterminer le réel x pour que le point $D(x\,;\ 11)$ appartienne à la droite (AB).

3. a. Soit $M(x\,;\,y)$. Écrire une égalité portant sur x et y pour que M appartienne à (AB). *La proportionalité de deux paires de nombres équivaut aux produits en croix égaux.*

b. En utilisant l'égalité précédente, déterminer pour chacun des points $E(3\,;\ 4)$ et $F(2\,;\ 2)$ s'il appartient ou non à (AB).

Partie B. *Un ensemble très cartésien*

On considère maintenant l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ du plan vérifiant :

$$x + 3y + 1 = 0 \qquad (\mathbf{E})$$

1. Tracer un repère orthonormé.

2. a. Les coordonnées du point $G(3\,;\ -1)$ vérifient-elles l'équation $(\mathbf{E})$?

b. Si oui, placer le point G dans le repère en vert. Sinon, le placer en rouge.

3. Faire de même avec les points $H(2\,;\ -1)$, $I(-2\,;\ 2)$, $J(4\,;\ 1)$, $K(-1\,;\ 0)$, $L(-4\,;\ 1)$, et $N(4\,;\ -2)$.

4. Quelle conjecture peut-on faire ?

5. Démontrer cette conjecture.

Activité 2 — S'entrainer

Exercice n° 1

Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1. $A(3;-2)$, $B(-1;-1)$, $C(-3;2)$ et $D(1;3)$

2. $A(-9;-2)$, $B(1;3)$, $C(3;-2)$ et $D(1;-3)$

3. $A(14;4)$, $B(-18;-12)$, $C(2;4)$ et $D(-18;-4)$

Exercice n° 2

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les points A, B et C sont alignés.

1. $A(-9;4)$, $B(1;-1)$ et $C(4;-2)$

2. $A(-4;0)$, $B(-2;1)$ et $C\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$

Exercice n° 3

On considère les points $A(7;-1)$ et $B(-7;4)$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (AB) avec les axes du repère.

Exercice n° 4 — `ALGO`

Écrire un algorithme qui :
- demande en entrée les coordonnées x_A, y_A, x_B, y_B, x_C et y_C de trois points dans un repère du plan ;
- indique en sortie s'ils sont alignés ou non.

Exercice n° 5

On considère deux points A et B et un point M tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$ où k est un réel.

Déterminer la ou les valeur(s) de k telles que :

1. A soit le milieu de $[MB]$;

2. M soit sur le cercle de centre B et de rayon $2AB$;

3. M appartienne à $[BA)$.

Exercice n° 6 — **Équations de droites**

On considère les droites d et d' d'équation respective $x - 4y - 5 = 0$ et $-2x + 3y = 4$.

1. a. Le point $A(1; -1)$ appartient-il à la droite d ?

b. Déterminer les coordonnées du point E d'abscisse 5 appartenant à la droite d.

c. Tracer la droite d dans un repère.

2. Tracer dans le même repère la droite d'.

Exercice n° 7

On considère les droites d et d' d'équation respective : $2x + y + 3 = 0$ et $3x - y + 1 = 0$.

1. a. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de d avec les axes du repère.

b. Tracer la droite d.

2. a. Trouver deux points à coordonnées entières qui appartiennent à d'.

b. Tracer la droite d' dans le repère précédent.

Exercice n° 8

Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par le point donné et dont on donne un vecteur directeur.

1. $A(4; -1)$; $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ **2.** $B(0; 0)$; $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Exercice n° 9

Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) dans les cas suivants :

1. $A(1; 2)$, $B(0; 3)$ **2.** $A(0; 5)$, $B(-1; 5)$ **3.** $A(0; 1)$, $B(1; 0)$

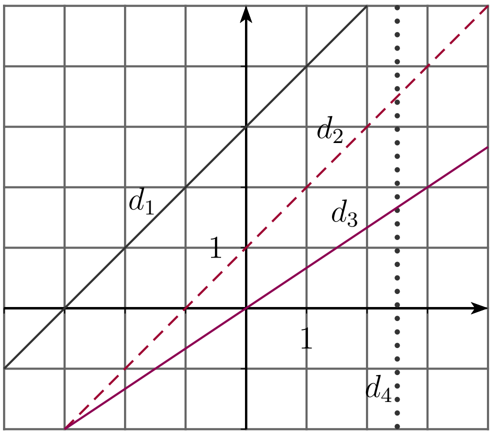
Exercice n° 10

Donner un vecteur directeur et un point de la droite d d'équation...

1. $-x + y = 3$ **2.** $2x + 5y - 6 = 0$ **3.** $y - 7x = -8$

Exercice n° 11

On considère les quatre droites d_1, d_2, d_3 et d_4 tracées dans le repère ci-dessous.



Associer chaque droite à son équation.

1. $-x+y-1=0$
2. $2x-5=0$
3. $2x-2y+6=0$
4. $2x-3y=0$

Exercice n° 12

Soit d la droite d'équation $3x-2y+1=0$.

Pour chacune des droites suivantes, indiquer si elle est parallèle, sécante ou confondue avec la droite d.

1. $d_1 : 2x-3y+1=0$
2. $d_2 : 6y-9x+1=0$
3. $d_4 : 1,5x-y=-0,5$

Exercice n° 13

On considère les points $A(-1;1)$ et $B(5;2)$ et la droite d d'équation $5x+4y-16=0$.

1. Démontrer que les droites d et (AB) sont sécantes en un point C.
2. Déterminer les coordonnées de C.

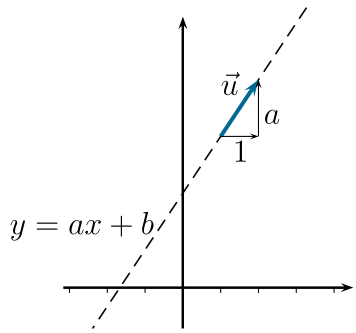
Exercice n° 14

a, b et c étant trois réels, on considère la droite d d'équation $ax+by+c=0$ avec $(a;b)\neq(0;0)$.

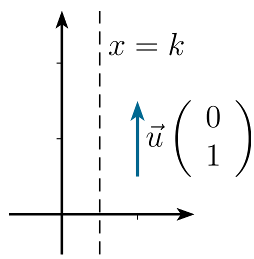
1. À quelle condition, portant sur les réels a, b et c, la droite d passe-t-elle par l'origine du repère ?
2. À quelle condition, portant sur les réels a, b et c, la droite d est-elle parallèle à l'axe des abscisses ?
3. À quelle condition, portant sur les réels a, b et c, la droite d est-elle parallèle à l'axe des ordonnées ?

Activité 3 — Démontrez les propriétés suivantes du cours

Propriété 1. *Soit a et b deux réels.*
Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $y = ax + b$.



Propriété 2. *Soit k un réel. Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $x = k$.*



Propriété 3. *Toute droite du plan admet une équation dite cartésienne, de la forme $ax + by + c = 0$ avec $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$ où $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite.*

On pourra considérer deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ quelconques de la droite et déterminer à quelle condition $M(x; y)$ appartient à (AB)

Propriété 4 (Réciproque)**.** *L'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ du plan tels que $ax + by + c = 0$ avec $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$ est une droite de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$.*

On pourra dans un premier temps admettre qu'il existe un point $A(x_A; y_A)$ dont les coordonnées vérifient l'équation $ax + by + c = 0$. Démontrez alors que cette équation équivaut à dire pour $M(x; y)$ que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ sont colinéaires.