

Exercice n° 1**Golden sequence**

Ouvrir le fichier P:MesEspaces/MesGroupes/1S4/Maths/Suites-recurrentes-1.ggb

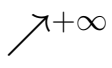
1. Quelle est la formule de récurrence qui définit la suite (u_n) ?
2. Augmenter n avec le clavier pour faire apparaître la construction par étapes.
3. Pour $u_0 = 0,5$, combien valent u_1 et u_2 ?
4. On appelle point fixe un réel x solution de $f(x) = x$. Pour cette fonction, combien y a-t-il de points fixes ?
5. Vers quelle limite ℓ la suite (u_n) semble-t-elle converger (valeur approchée) ?
6. Peut-on faire converger la suite vers le point fixe négatif en changeant u_0 ?
On dit que le point fixe positif est *attracteur*, et que le point fixe négatif est *répulsif*.
7. Disons qu'on part de $u_0 = 1$. En utilisant votre calculette et la touche **Ans** ou **Rép**, donner les valeurs de u_0 à u_6 sous forme de fraction.

Exercice n° 2**Répulsif ou attracteur ?**

Ouvrir le fichier Suites-recurrentes-2.ggb.

La fonction f est ici une fonction affine qui admet 8 comme point fixe. Vous pouvez juste faire varier la pente a et u_0 .

1. Pour $a = \frac{1}{2}$, quelle est la formule de récurrence qui définit la suite (u_n) ?
2. Faire varier a et u_0 afin de déterminer à quelle condition le point fixe est *attracteur* ou *répulsif*.
3. **Sens de variation.**
 - a. Que se passe-t-il si $u_0 = 8$? Ensuite on supposera $u_0 \neq 8$.
 - b. Pour quelle valeurs de a la suite est-elle monotone ?
 - c. Est-il correct de dire : « Si la fonction f est croissante alors la suite (u_n) est croissante ? »
 - d. Compléter le tableau ci-dessous récapitulant les différents comportements possibles.

$a \in ?$		$0 < a < 1$				
$u_0 > 8$	(u_n) est croissante et diverge vers $+\infty$: 		(u_n) est constante à u_0	(u_n) est constante à 8	(u_n) converge vers 8 en prenant des valeurs alternativement supérieures et inférieures à 8.	(u_n) diverge en prenant des valeurs alternativement supérieures et inférieures à 8.
$u_0 < 8$			idem	idem	idem	idem

Exercice n° 3**Bifurcations et attracteurs étranges**

Ouvrir le fichier Suites-recurrentes-3-logistique.ggb.

On utilise la fonction du second degré suivante dite *fonction logistique* :

$$f(x) = a \times x(1 - x).$$

où on fait varier le paramètre a entre 0 et 4.

Décrire le comportement de la suite en fonction du paramètre a : Sens de variation, convergence, attracteurs cycliques... À partir de $a = 3,57$ cela commence à être compliqué, essayez de comprendre le comportement asymptotique (quand n devient très grand). On cherchera en particulier des cycles d'ordre 3 et 5. Quand $a = 4$ c'est le *chaos*.