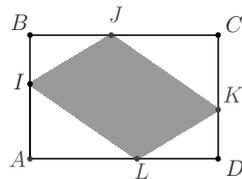


$ABCD$ est un rectangle tel que :

$$AB = 5\text{cm} \quad \text{et} \quad BC = 7\text{cm}$$

Sur les côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ on place respectivement des points I , J , K et L tels que :

$$AI = BJ = CK = DL$$



On se propose de déterminer la position du point I sur le segment $[AB]$ qui rend l'aire du quadrilatère $IJKL$ minimale.

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

- À l'aide du logiciel, construire une figure qui permette de répondre au problème posé. On pourra s'aider des indications ci-contre.
- Conjecturer la (ou les) position(s) du point I sur le segment $[AB]$, s'il en existe, pour laquelle (ou lesquelles) l'aire du quadrilatère $IJKL$ est minimale.
- Conjecturer la valeur minimale de l'aire (mesurée en cm^2).

2. Démonstration.

On pose $AI = x$ où l'unité est le centimètre. On note f la fonction qui à x associe la mesure en cm^2 de l'aire du quadrilatère $IJKL$.

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable x ? Écrivez le sous forme d'intervalle.
- Calculer, en fonction de x , l'aire $f(x)$ du quadrilatère $IJKL$.
- Montrer que pour tout x :

$$f(x) - 17 = 2(x - 3)^2$$

- En déduire que pour tout x , on a : $f(x) \geq f(3)$
- Démontrer les résultats conjecturés aux questions **1b.** et **1c.**

Devoir en temps libre :

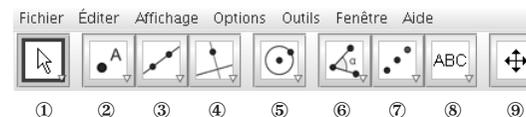
Compte rendu de ce T.P. avec vos conjectures du **1.** et les démonstrations du **2.**

Indications :

- L'aire de $IJKL$ c'est l'aire de $ABCD$ moins...
- Développer $2(x - 3)^2 + 17$.
- Le carré d'un nombre réel est positif.
- Traduire en français l'inégalité du **2d.**

Bonus : Démontrer que $IJKL$ est un parallélogramme (pensez aux vecteurs!)

En haut de l'écran apparaît une barre d'outils formée d'icônes que j'ai numérotées pour simplifier. Elles présentent chacune un menu auquel on accède en cliquant sur le petit triangle en bas à droite de l'icône.



Tâche à accomplir	Aide
Créer le rectangle $ABCD$ de dimensions données	On peut faire la construction dans le repère proposé par le logiciel. Pour afficher ce repère, prendre le menu « Affichage » et cocher « Axes » et « Grille ». Cocher également « Fenêtre Algèbre ». Pour créer les points A , B , C et D , sélectionner dans le menu ② « Nouveau point ». Placer les quatre sommets dans la grille. On peut alors cacher les axes et la grille dans le menu « Affichage » en les décochant. Pour tracer le rectangle, sélectionner « Polygone » dans le menu ③. Cliquer sur les sommets et terminer en cliquant de nouveau sur le premier point.
Comment ne pas afficher les traits de construction ?	Menu ⑤. Choisir « Boîte de sélection... », cliquer sur la feuille puis dans la fenêtre choisir un nom pour la légende puis choisir les objets à ne pas afficher dans le menu déroulant en dessous.
Fixer un objet	Clic droit sur l'objet et sélectionner « Propriétés ».
Renommer, effacer, afficher l'objet...	Faire un clic droit sur l'objet à modifier. Pour le cacher, désactiver « Afficher l'objet ». Pour le supprimer, activer « Effacer ».
Créer un point libre sur un objet	Dans le menu ②, choisir « Nouveau point », placer le pointeur sur l'objet et cliquer. Pour piloter le point à la souris : menu ④
Afficher une longueur ou une aire	Utiliser le menu ⑥. Cliquer sur l'objet à mesurer. Dans le menu « Options », on peut alors modifier le nombre de décimales.
Créer l'extrémité d'un vecteur \vec{u} d'origine connue.	Menu ③. Créer d'abord le vecteur \vec{u} avec « créé par deux points ». Choisir ensuite « Représentant origine-vecteur » puis pointer sur l'origine voulue.
Créer le point J situé sur le segment $[BC]$ tel que $AI = BJ$	On commence par créer le cercle de centre B et de rayon BJ : dans le menu ⑤, choisir « Cercle (centre-rayon) » puis cliquer sur le centre B et la longueur AI . Pour obtenir le point J , choisir « Points d'intersection » dans le menu ② et placer le pointeur près de l'intersection. Cliquer.
Créer un segment.	Menu ③.
Agrandir, déplacer.	Menu ⑨.