

# Devoir de mathématiques n° 1

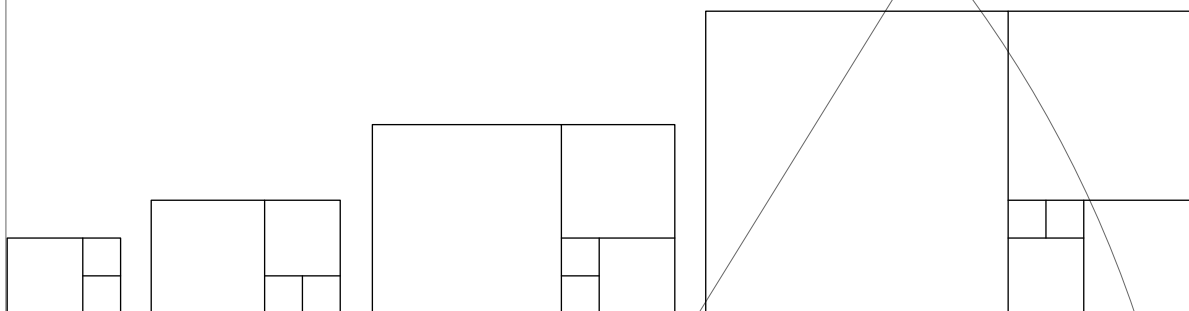
## Rectangle d'Or

### I Approximation du rectangle d'Or

On considère la construction d'une suite de rectangles ainsi :

- ① On trace un carré, c'est le rectangle n° 1.
- ② On lui juxtapose un carré qui a même côté. On obtient le rectangle n° 2.
- ③ On juxtapose un carré contre une longueur du rectangle précédent, et on continue ainsi.

Les 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> rectangles ainsi obtenus ont donc les formes suivantes :

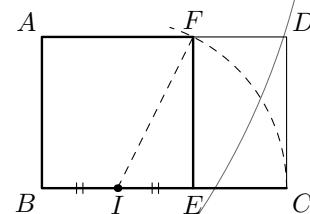


1. En prenant comme unité le côté du plus petit carré, noter à l'intérieur de chaque carré la longueur de ses côtés.
2. Pour chacun des six premiers rectangles, calculer le rapport de sa longueur sur sa largeur. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée. Dire à quel ensemble de nombres ces quotients appartiennent. Présentez vos réponses dans un tableau.
3. Si un rectangle a pour longueur  $L$  et largeur  $\ell$ , lors de cette construction, donner en fonction de  $L$  et  $\ell$  la longueur et la largeur du rectangle suivant.
4. En déduire les rapports longueur sur largeur des rectangles suivants jusqu'au dixième. Donner l'affichage obtenu sur votre calculatrice pour le dernier rapport.
5. En prenant 0,5 cm pour le plus petit carré, tracer le plus grand possible de ces rectangles qui loge sur une feuille A4. On tracera aussi les carrés à l'intérieur.

### II Construction du rectangle d'Or

$ABEF$  est un carré de côté 1. On a placé  $I$  milieu de  $[BE]$  et tracé l'arc de cercle de centre  $I$  passant par  $F$  qui coupe  $[BE]$  en  $C$ . Enfin on a placé  $D$  tel que  $ABCD$  soit un rectangle.

1. Prouver que cette construction donne bien le rectangle d'or, c'est à dire que :  $BC = \varphi$ . Où  $\varphi$  désigne le nombre d'Or, i.e.  $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .
2. Prouver alors que le petit rectangle  $EFDC$  a le même rapport longueur sur largeur que  $ABCD$ .



**Bonus :** La suite de rectangles du I. donne des rectangles de plus en plus proches du rectangle d'Or car leurs rapports longueur sur largeur tend vers  $\varphi$ .

Existe-t-il un des rectangles de la suite du I. qui soit exactement un rectangle d'Or? Justifier.